Studi Analisis Dan Rekayasa Pengendalian Motor Servo DC Di Laboratorium Dasar Sistem Kendali Dengan Metoda Pole Placement

Ir. Sahat P. Siahaan, M.T.[1], Ir. Jamser Simanjuntak, M.T.[2], Dumisli Lumbantoruan[3]
Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas HKBP Nommensen
sahatsiahaan@uhn.ac.id

Abstrak

Rekayasa performansi sistem kendali adalah bertujuan untuk memenuhi spesifikasi yang sudah ditetapkan misalnya; ketelitian, kecepatan respon menuju steady-state, lonjakan (maksimum overshoot) dan error steady-state. Pada umumnya disainer menghitung berapa Gain yang diberikan ke sistem agar diperoleh spesifikasi performansi yang sudah ditetapkan. Pada umumnya untuk menghitung Gain dilakukan dengan teknik Trial Error. Metoda Pole Placement menjelaskan suatu sistem dikatakan stabil, jika dan hanya jika letak akar-akar (pole-pole) persamaan karakteristiknya disebelah kiri sumbu khayal pada bidang-s. Oleh karena itulah selalu diusahakan agar letak pole memiliki pola tertentu agar diperoleh performansi yang dikehendaki. Untuk sistem yang terkendali sepenuhnya, maka pemilihan letak pole yang diinginkan dapat dilakukan secara sembarang melalui elemen feedback. Penempatan pole dapat dilakukan dengan menggunakan sinyal kendali state feedback. Letak dan susunan dari akar-akar (pole) akan menentukan karakteristik performansi suatu sistem. Untuk mengubah performansi suatu sistem dapat digunakan dengan umpan balik variabel keadaan (State variable feedback), yang dapat dilakukan dengan mudah. Untuk mengetahui berapa nilai Gain yang diperlukan, dapat diketahui dengan menggunakan Metoda Pole Placement yang Gain Matriks State Feedback ditentukan dengan Matriks Transformasi T yaitu dengan menentukan nilai koefisien dari persamaan karakteristik polinomial dari matriks plant.

Keywords : *Karakteristik Respon Transien, Model Matematis Plant, Identifikasi Parameter, Letak Pole, Matriks Transformasi T.*

Abstract

Control system performance engineering is aimed at meeting predetermined specifications, for example, accuracy, response speed to steady-state, spike (maximum overshoot) and steady-state error. In general, designers calculate how much Gain is given to the system to obtain a predetermined performance specification. In general, to calculate the Gain is done by using the Trial Error technique. The Pole Placement method explains that a system is said to be stable if and only if the poles of its characteristic equation are to the left of the imaginary axis in the s-plane. Therefore, it is always strived for the location of the poles to have a certain pattern to obtain the desired performance. For a fully controlled system, the selection of the desired pole position can be done arbitrarily through the feedback element. Pole placement can be done using a state feedback control signal. The location and arrangement of the roots (poles) will determine the performance characteristics of a system. To change the performance of a system can be used with state variable feedback (State variable feedback), which can be done easily. To find out how much Gain value is needed, it can be known by using the Pole Placement Method in which the State Feedback Matrix Gain is determined by the T Transformation Matrix, namely by determining the coefficient value of the polynomial characteristic equation of the plant matrix.

Keywords : *Transient Response Characteristics, Plant Mathematical Model, Parameter Identification, Pole Location, T Transformation Matrix.*

PENDAHULUAN

Pada Laboratorium Dasar sistem kendali, bahwa jenis percobaan yang ada pada saat ini belum dapat mendukung banyak terhadap mata kuliah yang diajarkan pada program studi teknik elektro. Jenis percobaan yang dilakukan saat ini hanyalah mendukung mata kuliah dasar sistem kendali, yaitu pengendalian posisi dan kecepatan, menggunakan pengendali Proposional (P), Integral (I) , Derevatif (D). Pada sistem pengendalian tersebut, bahwa penentuan penguatan (Gain) P . I, dan D adalah menggunakan teknik trial error. Disisi lain untuk melakukan rekayasa sistem kendali untuk memperoleh spesifikasi performansi yang diinginkan maka harus ditentukan berapa Gain yang diberikan ke sistem. Oleh karena itu, untuk mengetahui berapa nilai Gain yang diperlukan, dapat diketahui dengan menggunakan Metoda Pole Placement yang Gain Matriks State Feedback ditentukan dengan Matriks Transformasi T yaitu dengan menentukan nilai koefisien dari persamaan karakteristik polinomial dari matriks plant.

TEORI

Pendahuluan

Kondisi suatu sistem (proses) pada umumnya dibagi dalam dua jenis yaitu kondisi steady state dimana variable tidak tergantung waktu atau nilai variabel tidak berubah selama parameter tersebut tidak dirubah, dan kondisi transien (dinamis) variable yang berubah waktu. Suatu cara untuk menyatakan suatu sistemkendali adalah dengan persamaan differensial linier atau non linier. Persamaan matematis dalam wawasan waktu adalah persamaan differensial wawasan waktu dikonversi ke wawasan frekuensi melalui transformasi Laplace

Model Matematik Sistem Fisik

Langkah pertama untuk melakukan analisis dan rekayasa suatu sistem dinamik adalah menurunkan model matematisnya. Harus selalu diingat bahwa menurunkan model matematis yang masuk akal adalah bagian yang paling penting dari keseluruhan analisis dan rekayasa suatu sistem kendali. Untuk mencari suatu model matematis, harus dikompromikan antara penyederhanaan model dan ketelitian hasil analisis dan rekayasa suatu sistem.

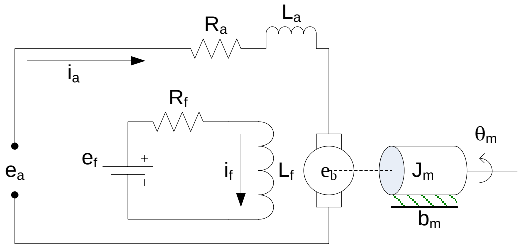
1) Fungsi Transfer Dalam Wawasan Laplace

Dalam wawasan fungsi waktu, jika sebuah sistem diberi masukan yang menghasilkan keluaran, maka perbandingan antara keluaran terhadap masukan disebut fungsi transfer dalam bentuk waktu (t) dari sebuah elemen linier atau sistem dengan asumsi bahwa antara keluaran dan masukan terdapat hubungan linier.

Dalam wawasan waktu karakteristik dinamis ini dinyatakan oleh persamaan diferensial, tetapi tidak dapat digunakan secara langsung sebagai suatu fungsi transfer. Karakteristik dinamis dapat dinyatakan oleh sebuah fiungsi transfer dalam variable s dimana untuk sebuah sistem linier, fungsi transfer didefinisikan sebagai perbandingan anatara transformasi Laplace keluaran terhadap transformasi laplace masukan dengan anggapan bahwa semua syarat awal adalah nol.

2) Diagram Blok dan Karakteristik Respon Transien

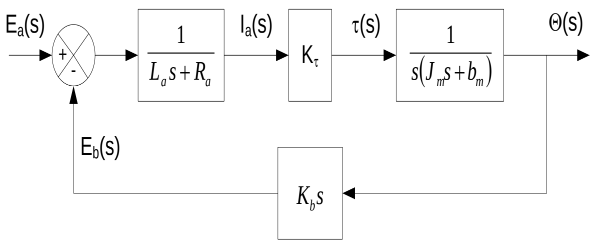
Motor Servo DC, merupakan elemen/komponen yang mengubah energi dari arus listrik arus searah, menjadi energi mekanis dalam bentuk gerakan rotasi. Motor Servo DC sebagai sumber tenaga penggerak, untuk mengendalikan putaran poros motor dilakukan dengan mengendalikan arus atau tegangan pada kumparan jangkarnya. Rangkaian dari motor servo DC pengaturan arus jangkar :



Gambar 1. Rangkaian Skematik Motor DC

Kecepatan motor servo DC dikendalikan oleh tegangan jangkar, dengan daya listrik = $e_b.i_a$ dibangkitkan arus jangkar yang mengalir melalui gaya gerak listrik balik jangkar. Daya mekanik $\tau\theta$ harus sama dengan daya listrik = $e_b.i_a$ dimana τ adalah torsi yang diberikan motor dan θ adalah perpindahan sudut.

Dengan $E_a(s)$ sebagai fungsi masukan dan $\Theta_m(s)$ sebagai fungsi keluaran maka dapat digambarkan diagram blok sebagai berikut.



Gambar 2. Diagram Blok Motor DC Dengan Pengaturan Arus Jangkar

Maka fungsi transien motor DC :

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_\tau}{s\left[(L_a \cdot J_m)s^2 + (L_a \cdot b_m + R_a \cdot J_m)s + (R_a \cdot b_m + K_\tau \cdot K_b)\right]} \quad (1)$$

Induktansi La pada kumparan jangkar biasanya kecil sehingga dapat diabaikan sehingga persamaan (1) menjadi :

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_\tau}{s[(R_a \cdot J_m)s + (R_a \cdot b_m + K_\tau \cdot K_b)]} \quad (2)$$

Karaketeristik Respon Transient

Waktu tunda (delay time), t_d adalah waktu yang diperlukan respon untuk mencapai 50% dari nilai akhir untuk pertama kali.

Waktu naik (raise time), t_r adalah waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% sampai 90% dari nilai akhir, ketentuan pada sistem yang redaman lebih, 0% sampai 100% pada sistem redamanya kurang. Waktu naik (tr) dinyatakan persamaan (3),

$$t_r = \frac{1}{\omega_d}\tan^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right) = \frac{\pi-\beta}{\omega_d} \tag{3}$$

Waktu puncak (peak time), t_p adalah waktu yang diperlukan kurva respons untuk mencapai puncak lonjakan maksimum dinyatakan persamaan (4),

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \tag{4}$$

Lonjakan maksimum (maximum overshoot), M_p adalah nilai puncak kurva respons. Lonjakan maksimum terjadi pada waktu puncak, yang dinyatakan oleh persamaan (5),

$$M_p = e^{-(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}})\pi} \quad . \tag{5}$$

Waktu mencapai steady state (settling time), t_s adalah waktu yang diperlukan kurva respons agar dapat mencapai dan tetap berada dalam jangkauan nilai akhir yang rentang nilainya dinyatakan dalam toleransi error steady state. Untuk kriteria dua persen (2%), maka waktu mencapai steady state mendekati empat kali konstantan waktu seperti dinyatakan persamaan (6),

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \tag{6}$$

Kesalahan keadaan tunak (error steady state), e_{ss} yaitu perbedaan antara nilai keluaran yang dicapai saat steady state dengan nilai yang dikehendaki (set point). Kesalahan ini dapat dikurangi dengan meningkatkan penguatan sistem. Settling time,ts untuk toleransi error steady state sebesar dua persen atau lima persen, dapat diukur dalam bentuk persamaan (7),

$$T = \frac{1}{\zeta\omega_n} \tag{7}$$

Dengan mengetahui respons keluaran plant dan menentukan karakteristik respon transient, maka dapat diketahui parameter-parameter suatu plant, dengan demikian ditahui model matematis dalam bentuk fungsi transfer.

Simulasi Dan Karakteristik Respon Transien

Pemodelan suatu sistem untuk melakukan analisis dan rekayasa sistem kendali pada umumnya dilakukan dengan dua cara yaitu : Model matematis ditinjau dengan hubungan antara output dan input (fungsi transfer) dan model matematis dengan persamaan state space (ruang keadaan). Dalam penelitian ini model matematis dalam bentuk fungsi transfer digunakan hanya sebagai model penyelesaian awal saja, akan tetapi analisis dan rekayasa pengendali (Gain) adalah model matematis dengan persamaan ruang keadaan (state space).

1) Cara Memodelkan Sistem

1. Menunjukkan gambar motor Dc.
2. Rangkaian ekivalen dan ada model matematis.
3. Di lalui dengan fungsi transfer
4. Dilakukan pengujian di laboratorium
5. Dari data percobaan di laboratorium maka di peroleh fungsi transfer.

2) Persamaan Ruang Keadaan (State Space)

Suatu model sistem dengan persamaan ruang keadaan memiliki tiga variable, antara lain variabel masukan (u), variabel keluaran (y), dan variabel keadaan (x). Variabel keadaan pada sistem dinamik adalah variabel yang membentuk variabel terkecil yang menentukan keadaan sistem dinamik.

Jika paling sedikit dibutuhkan n variabel x_1, x_2, …. x_n untuk menggambarkan secara lengkap dinamika sistem jika diberikan masukan untuk $t \geq t_0$ dan keadaan awal pada $t = t_0$ diketahui, keadaan selanjutnya dari sistem dapat ditentukan secara lengkap maka sekelompok variabel ini disebut dengan variabel keadaan (state variable).

Vektor keadaan adalah suatu vektor yang menentukan secara unik keadaan sistem x(t) untuk $t \geq t_0$, sekali keadaan pada $t = t_0$ diketahui maka input u(t) untuk $t \geq t_0$ diketahui. Tinjau suatu sistem dengan banyak masukan dan banyak keluaran melibatkan n integrator. Terdapat r masukan $u_1(t)$, $u_2(t), \ldots, u_r(t)$ dan m keluaran $y_1(t), y_2(t), \ldots, y_m(t)$, tetapkan n keluaran integrator sebagai variabel keadaan $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$ sehingga sistem dapat dinyatakan dengan,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ &\vdots\\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\end{aligned} \quad (8)$$

Keluaran y_1(t), y_2(t), . . . , y_m(t) dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned}y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ &\vdots\\ y_n(t) &= g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\end{aligned} \quad (9)$$

Jika kita defenisikan :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t)\\ x_2(t)\\ \vdots\\ x_n(t)\end{bmatrix} \qquad f(x,u,t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ \vdots\\ f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t)\\ y_2(t)\\ \vdots\\ y_m(t)\end{bmatrix} \qquad g(x,u,t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\\ \vdots\\ g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n;\ u_1, u_2, \cdots, u_r; t)\end{bmatrix}$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t)\\ u_2(t)\\ \vdots\\ u_r(t)\end{bmatrix} \quad (10)$$

Maka persamaan keadaan sistem linier, invarian waktu, waktu kontinyu, dalam bentuk persamaan ruang keadaan dapat dinyatakan dengan,

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$

Persamaan Output (11)

$y(t) = Cx(t) + Du(t)$

Dimana,

x(t) = variabel state (nx1)
u(t) = sinyal kendali (mx1)
y(t) = output (lx1)
A = matriks (nxn)
B = matriks (nxm)
C = matriks (lxn)
D = matriks (lxm)

Dalam Bentuk fungsi Laplace :

$$\dot{x}(s) = (sI - A)^{-1}\,BU(s)$$

$$y(s) = CX(s) + Du(s) \quad (12)$$

Untuk sistem linier invariant waktu, matriks A,B,C dan D konstan. Sedang pada sistem linier varian waktu matriks-matriks tersebut sebagai fungsi dari waktu. Fungsi peralihan (loop terbuka) :

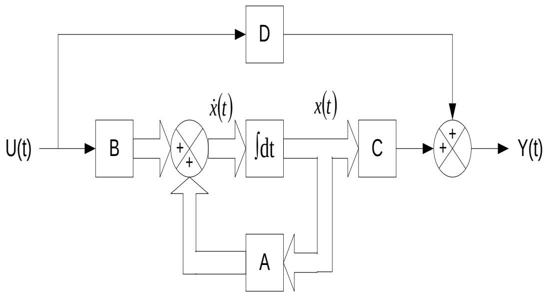
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = [C(sI-A)^{-1}.B + D]$$

$$= \frac{C\ \mathrm{adj.}(sI-A).B + |sI-A|D}{|sI-A|} \quad (13)$$

Persamaan arakteristik system :

$$F(s) = |sI - A| = 0 \quad (14)$$

Untuk membentuk sistem yang dinyatakan persamaan matematis dalam konsep state-space, maka persamaan (15) dinyatakan sebagai berikut :



Gambar 3. Diagram Blok Sistem Dengan Konsep State Space

Keterkendalian dan Keteramatan Sistem

Terkendali sepenuhnya (complettly controllable), adalah apabila semua variable state dari sistem tersebut dapat dipengaruhi masukan (input) atau,

$$\text{rank } M = \text{rank } (B\ AB\ A^2B\ \ldots\ A^{n-1}B) = n \quad (15)$$

Untuk keterkontrolan keluaran (output) jika:

$$(CB\ CAB\ CA^2B\ \ldots\ CA^{n-1}B\ D) \text{ mempunyai "rank" } l \quad (16)$$

Teramati sepenuhnya (complettly observability) yaitu apabila semua variable statenya dapat mempengaruhi keluaran (output) system atau;

$$\text{rank } N^T = \text{rank } [C^T\ A^T C^T\ \ldots\ (A^{n-1})^T C^T] = n \quad (17)$$

Respon Transien dan Kestabilan Sistem

Respon transien sistem kendali praktis sering menunjukkan osilasi teredam sebelum mencapai keadaan steady state. Dalam menentukan karakteristik respon transien sistem kendali terhadap input step dapat ditinjau dari tiga kasus yang berbeda yaitu :

Bila ζ=1 disebut redaman kritis (critical damped) pada keadaan ini sistem orde kedua mempunyai dua pole (nilai eigen) yang sama besar dan terletak pada sumbu riel negatif

Bila ζ>1 disebut redaman lebih (over damped) pada keadaan ini sistem orde kedua mempunyai dua pole (nilai eigen) yang terletak pada sumbu riel negatif dan kedua pole tersebut tidak sama

Bila ζ<1 disebut redaman kurang (under damped) pada keadaan ini sistem orde kedua mempunyai pole (nilai eigen) yang komplek sekawan

Pada dasarnya sistem dikatakan stabil apabila diberikan masukan terbatas, maka keluaran (output) akan terbatas pula. Dalam bidang matematis pengertianya adalah sistem yang stabil jika dan hanya jika semua akar-akar persamaan karakteristik (pole) terletak disebelah kiri sumbu khayal pada bidang-s (untuk sistem kontinyu) atau dapat dinyatakan sistem yang stabil apabila bagian riel dari semua akar persamaan karakteristik bernilai negatife (<0). Pengertian kestabilan sistem dapat dinyatakan sebagai berikut,

1. Sistem stabil, jika dan hanya jika semua pole (p) sistem terletak disebelah kiri sumbu khayal. Misalnya (p_1= -1, p_2=-2 ,…… p_n, = -n)
2. Bila ada pole yang terletak disebelah kanan sumbu khayal, sistem menjadi idak stabil. Misalnya (p_1= -1, p_2= -2, p_3= + 3 …… p_n, = - n)
3. Bila letak pole berada disebelah kanan sumbu khayal, maka sistem tidak stabil. Misalnya (p_1= -1, p_2= -2, p_1= 2+ j2, p_1* = 2- j2)
4. Bila pasangan pole sekawan, terletak pada sumbu khayal maka sistem akan terosilasi. Misalnya (p_1 = + j2, p_1*= - j2)
5. Pole-pole yang rielnya terletak terlalu dekat dengan sumbu khayal (titik origin), menyebabkan simpangan amplitude keluaran sistem terhadap amplitude dalam keadaan steady state (Maksimum overshoot (Mp) menjadi besar, hal ini dapat merusak komponen sistem. Keuntungannya adalah waktu mencapai steady state menjadi lebih cepat, karena sistem kurang teredam (ζ disekitar 0,2 sampai 0,3). Misalnya (p_1= - 0,5+ j2, p_1*= - 0,5 - j2)
6. Pole-pole yang imajinernya terletak terlalu dekat dengan sumbu riel, menyebabkan waktu respon menjadi lebih lambat, karena system terlalu diredam, keuntungannya hanya bahwa maksimum overshoot kecil, karena sistem teredam (ζ disekitar 0,9 sampai 1). Misalnya, (p_1= - 2+ j0,5, p_1*= - 2- j0,5)
7. Pole-pole yang terletak disumbu riel, dan dekat dengan titik origin, akan menghasilkan respon yang diredam berlebihan, koefisien redaman ζ>1 maka respons sistem tidak akanpernah untuk dapat mencapai keadaan steady sate. Misalnya, (p_1= - 0,5, p_2 = - 2)
8. Pole-pole yang terletak disumbu riel, dan berhimpit , akan menghasilkan respon yang diredam kritis, koefisien redaman ζ=1 maka respons sistem akan lambat mencapai keadaan steady sate. Misalnya, (p_1= - 2, dan p_2 = - 2)

Letak Pole Dominan

Pengaruh pole-pole yang letaknya dekat sekali dengan sumbu khayal maka maksimum overshoot (Mp) akan besar dan akan menunjukkan osilasi dengan maksimum overshoot mencapai 100%. Letak pole-pole yang demikian disebut pole-pole dominan, dengan syarat tidak ada zero yang terletak dengan pole tersebut.

Defenisi Matriks

Matriks didefinisikan sebagai suatu susunan segiempat dari elemen-elemen yang dapat berupa bilangan nyata, bilangan kompleks, fungsi atau operator. Tinjau matriks seperti persamaan (18)

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Dimana a_{ij} menyatakan elemen ke (i, j) matriks A. Matriks ini mempunyai n baris dan m kolom dan disebut n x m. Indeks pertama menyatakan banyak baris dan indeks kedua banyak kolom. Matriks A sering ditulis (a_{ij}).

Suatu matrik yang hanya mempunyai satu kolom disebut vektor kolom seperti dinyatakan persamaan (19), sedangkan matriks yang hanya mempunyai satu baris disebut vektor baris seperti dinyatakan persamaan (20).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix} \tag{20}$$

Matriks persegi adalah suatu matriks yang mempunyai banyak baris yang sama dengan banyak kolomnya. Matriks persegi sering disebut matriks orde n, di mana n adalah banyak baris (atau kolom).

Disebut matriks diagonal, jika elemen-elemen selain elemen diagonal utama matriks persegi A adalah nol, maka A disebut matriks diagonal dan ditulis seperti persamaan (21).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{nn} \end{bmatrix} = (a_{ij}\delta_{ij}) \qquad (21)$$

Matriks identitas atau matriks satuan I adalah suatu matriks yang elemen diagonal utamanya sama dengan satu sedangkan elemen lainnya sama dengan nol saeperti dinyatakan persamaan (22),

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad (22)$$

Determinan Setiap matriks persgi mempunyai suatu harga determinan dengan sifat-sifat sebagai berikut:

1. Jika dua baris atau dua kolom yang berurutan ditukar, maka harga determinan berubah tanda.
2. Jika terdapat baris atau kolom yang hanya terdiri dari elemen nol, maka harga determinan adalah nol.
3. Jika elemen-elemen suatu baris (atau kolom) tepat sama dengan k kali elemen-elemen baris (atau kolom) yang lain, maka harga determinan adalah nol.
4. Jika pada suatu baris (atau kolom) ditambahkan suatu konstanta yang dikalikan dengan baris (atau kolom) yang lain, maka harga determinan tidak berubah.
5. Jika suatu determinan dikalikan dengan suatu konstanta, maka hanya satu baris (atau kolom) yang dikalikan dengan konstanta tersebut. Oleh karena itu determinan dari k kali matriks persegi A n x n sama dengan k^n kali determinan A, atau $|k\mathrm{A}| = k^n\,|\mathrm{A}|$
6. Determinan dari hasil kali dari dua buah matriks A dan B sama dengan hasil kali determinan-determinannya, atau $|\mathrm{AB}| = |\mathrm{A}||\mathrm{B}|$

Transpose, Jika baris dan kolom matriks A n x m ditukar, matriks m x n yang diperoleh disebut transpose matriks A. Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T seperti persamaan (23),

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Maka transpose A,

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1m} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \qquad (23)$$

Matriks "adjoint". Matriks B dengan elemen pada baris ke i dan kolom ke j sama dengan Aij disebut matriks "adjoint" dari A dan dinyatakan dengan adj A dinyatakan persamaan (24),

$$\mathbf{B} = (b_{ij}) = (A_{ji}) = \mathrm{adj}\ \mathbf{A} \qquad (24)$$

Jadi, matriks "adjoint" dari A adalah transpose dari matriks yang elemennya adalah kofaktor dari A atau dinyatakan persamaan (25),

$$\mathrm{adj}\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \qquad (25)$$

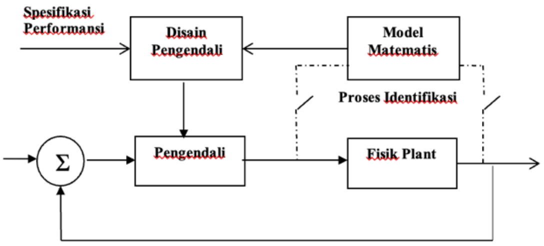
METODE PENELITIAN

Metoda penelitian yang akan dilakukan adalah dengan melakukan pembahasan terhadap teoritis dari Metoda Pole Placement yang Gain Matriks State Feedback ditentukan dengan Matriks Transformasi T atau formula khususnya yang menyangkut rekayasa sistem pengendalian motor servo DC, menentukan proses rekayasa yang akan dilakukan sesuai tahapan–tahapan yang dipersyaratkan metoda Pole Placement, membuat instruksi program komputer menggunakan sofware matlab sesuai dengan perumusan yang ada dan akhirnya melakukan analisis terhadap hasil yang diperoleh.

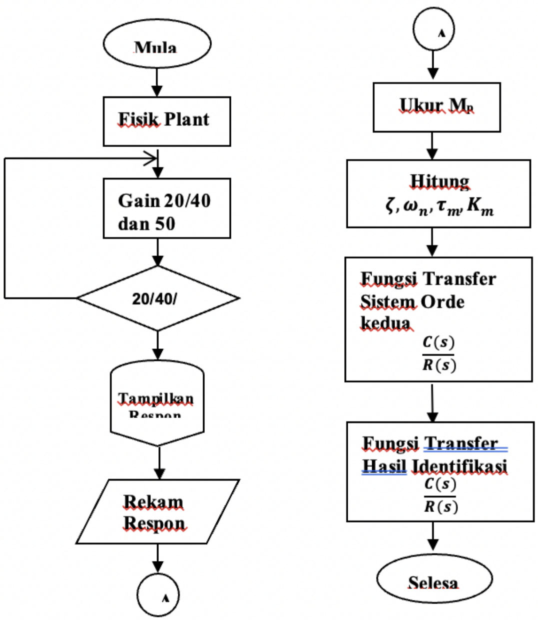
1) Model Matematis Motor Servo DC Di Laboratorium Sistem Kendali

Permasalahan utama rekayasa sistem kendali adalah dinamika sistem dalam model matematis, misalnya model matematis dalam bentuk fungsi transfer atau model matematis dalam bentuk persamaan keadaan (state space). Parameter plant (motor servo DC) yang ada pada laboratorium dasar sistem kendali tidak diketahui lagi, maka identifikasi parameter plant harus dilakukan. Model matematis plant tidak akan dapat ditentukan apabila besaran parameter plant tidak diketahui. Maka salah satu teknik yang memungkinkan untuk mencari model matematis dari plant motor servo DC yang ada dilaboratorium adalah melakukan Identifikasi Parameter melalui tahapan pengujian dilaboratorium, kemudian menentukan parameter karakteristik respon transien yang diperoleh.

Alasan identifikasi parameter motor servo DC adalah untuk memperoleh parameter plant yang tidak diketahui lagi dan memperoleh model matematis motor servo DC, yang ditunjukkan Gambar 4, sedangkan diagram alir proses identifikasi parameter ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 4. Prinsip Identifikasi



Gambar 5. Diagram Alir Proses Identifikasi

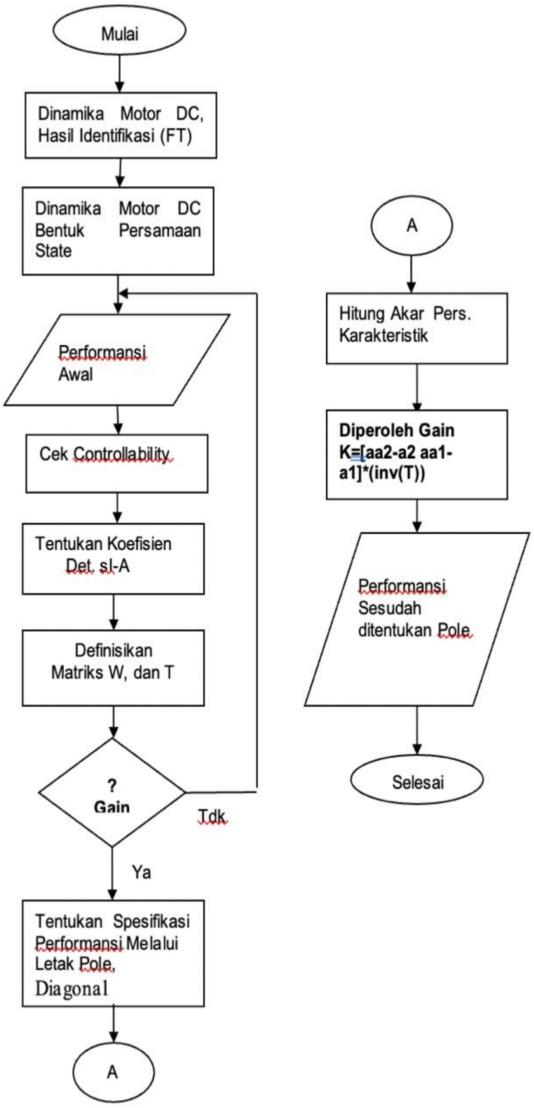
2) Tahapan Melakukan Rekayasa

Untuk melakukan perhitungan dengan menggunakan perumusan-perumusan Metoda Pole Placement yang Gain Matriks State Feedback ditentukan dengan Matriks Transformasi T dilakukan rekayasa sistem dengan menggunakan tahapan-tahapan perumusan yang menjadi kunci, dalam instruksi program dan dilanjutkan dengan menunjukkan hasil simulasi rekayasa sistem pengendalian motor servo DC yang ada dilaboratorium Dasar sistem kendali & Kendali Lanjut, dengan tahapan sebagai berikut,

1. Pemilihan model matematis fungsi transfer motor servo DC
2. Mengkonversi fungsi transfer tersebut ke bentuk matriks karena metoda pole placement mengharuskan dinamika sistem motor servo DC dalam model matematis persamaan keadaan (state space).
3. Matriks A, B harus terkendali sepenuhnya (complettly controllable), yang artinya semua variable state dari motor servo DC dapat dipengaruhi masukan atau dapat dinyatakan dengan rank [B : AB: .... : An-1B]
4. Menentukan K dengan matriks transformasi T yang artinya matriks trasformsi persamaan state kebentuk keterkendalian dalam bentuk kanonik atau dalam bentuk diagonal atau dinyatakan dengan T=I atau T = MW
5. Memilih nilai eigen yang diinginkan
6. Memperoleh gain state matrik .

3) Diagram Alir Rekayasa

Dengan menggunakan program komputer, dengan instruksi program sebagai berikut

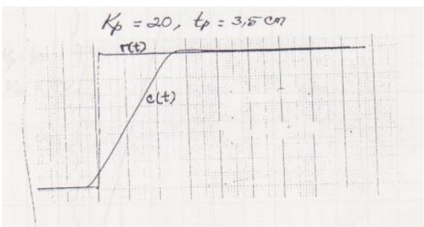


Gambar 6. Diagram Alir Rekayasa Performans Motor Servo DC

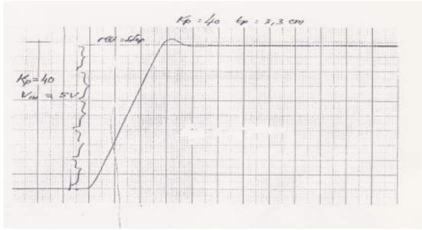
HASIL dan ANALISIS

Hasil Pengujian Fisik Palnt Motor Servo DC

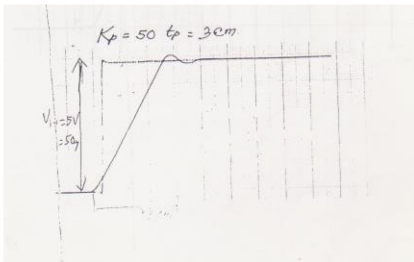
Melakukan pengujian terhadap fisik plant motor servo DC di laboratorium, dilakukan dengan mengatur gain, untuk K_p = 20, K_p = 40 dan K_p = 50. Respons keluaran plant yang di rekam dengan X-Y recorder ditunjukkan pada Gambar 7., Gambar 8. dan Gambar 9.



Gambar 7. Respon Transien Untuk K_p = 20



Gambar 8. Respon Transien Untuk K_p = 40



Gambar 9. Respon Transien Untuk K_p = 50

Penentuan Fungsi Transfer Hasil Pengujian

Dari respon hasil pengujian pada Gambar 7, untuk K_p = 20 menunjukkan bahwa, Maksimum overshoot (M_P) adalah = 0,0292 pada peak time (t_p) = 0,875 detik. Maka,

$$M_p = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi}$$

$$e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi} = 0{,}0292$$

$$\zeta = 0{,}747$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{\sqrt{(1-\zeta^2)}} = 5{,}403\ \frac{rad}{det}$$

$$\tau_m = \frac{1}{2\,\zeta\omega_n} = 0{,}123$$

$$K_m = \frac{\omega_n{}^2\tau_m}{K_p} = 0{,}264$$

Mempedomani fungsi transfer lup tertutup sistem orde kedua dengan masukan unit step,), Maka diperoleh fungsi transfer motor servo DC hasil identifikasi untuk harga K_p = 20, adalah seperti persamaan (26),

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{29{,}2}{s^2 + 8{,}07\ s + 29{,}2} \qquad (26)$$

Dari respon hasil pengujian pada Gambar 8, untuk K_p = 40 menunjukkan bahwa, Maksimum overshoot (M_P) adalah = 0,0336 pada peak time (t_p) = 0,825 detik. Maka,

$$M_p = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi}$$

$$e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi} = 0{,}0336$$

$$\zeta = 0{,}743$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{\sqrt{(1-\zeta^2)}} = 5{,}688\ \frac{rad}{det}$$

$$\tau_m = \frac{1}{2\,\zeta\omega_n} = 0{,}118$$

$$K_m = \frac{\omega_n{}^2\tau_m}{K_p} = 0{,}095$$

$$M_p = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi}$$

$$e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi} = 0{,}0313$$

$$\zeta = 0{,}741$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{\sqrt{(1-\zeta^2)}} = 6{,}234\ \frac{rad}{det}$$

$$\tau_m = \frac{1}{2\,\zeta\omega_n} = 1{,}08$$

$$K_m = \frac{\omega_n{}^2\tau_m}{K_p} = 0{,}839$$

Mempedomani fungsi transfer lup tertutup sistem orde kedua dengan masukan unit step, Maka diperoleh fungsi transfer motor servo DC hasil identifikasi untuk $K_p = 50$, adalah seperti persamaan (27),

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{38{,}9}{s^2 + 9{,}24\,s + 38{,}9} \qquad (27)$$

Dari respon hasil pengujian pada Gambar 9, Kp = 50 menunjukkan bahwa, Maksimum overshoot (MP) adalah =0,0313 pada peak time (tp) = 0,750 detik. Maka,

$$M_p = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi}$$

$$e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\pi} = 0{,}0292$$

$$\zeta = 0{,}747$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{\sqrt{(1-\zeta^2)}} = 5{,}403\ \frac{rad}{det}$$

$$\tau_m = \frac{1}{2\,\zeta\omega_n} = 1{,}08$$

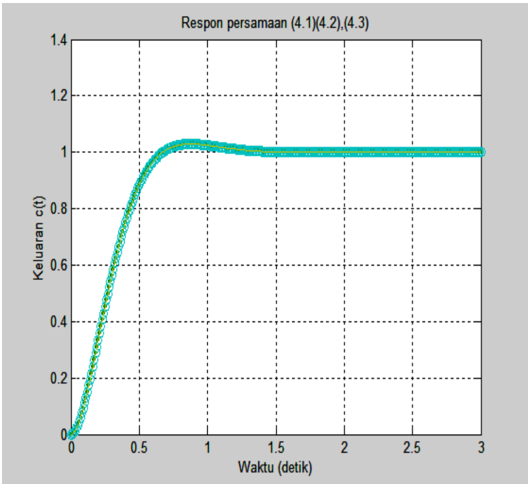
$$K_m = \frac{\omega_n{}^2\tau_m}{K_p} = 0{,}839$$

Mempedomani fungsi transfer lup tertutup sistem orde kedua dengan masukan unit step, maka diperoleh fungsi transfer motor servo DC hasil identifikasi untuk Kp = 50, adalah seperti persamaan (28),

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{38{,}9}{s^2 + 9{,}24\,s + 38{,}9} \qquad (28)$$

Penentuan Fungsi Transfer Motor Servo DC

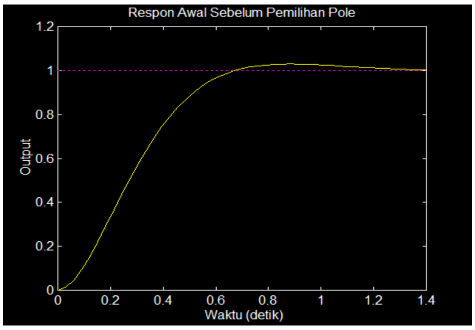
Untuk menentukan pilihan fungsi transfer satu dari antara tiga hasil perhitungan yang dilakukan yaitu persamaan (25), persamaan (26) persamaan (27) maka dibentuk instruksi program komputer MATrix LABoratory dengan hasil sebagai berikut,



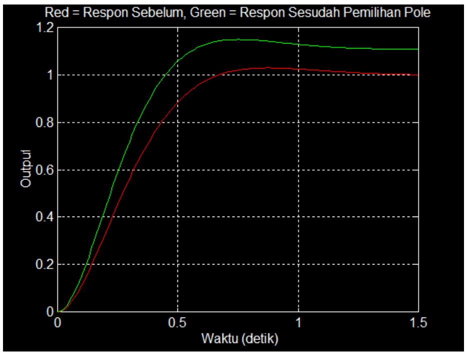
Gambar 10. Respon Transien Fungsi Transfer Persamaan (25), (26) dan (27)

Sesuai hasil analisis program, dapat disimpulkan bahwa, fungsi transfer loop tertutup motor servo DC dapat dipilih salah satu diantara ketiga fungsi transfer lup tertutup tersebut, apakah persamaan (25), (26) atau (27), Karena karakteristik respon transient ketiga persamaan tersebut mendekati sama

Proses Identifikasi Program

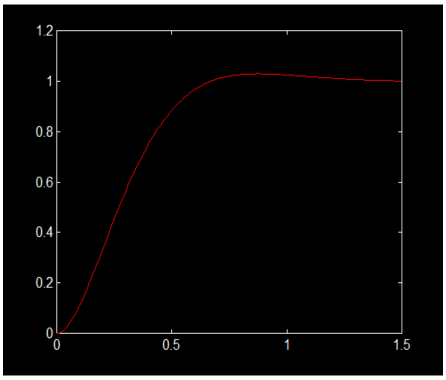


Gambar 11. Respon Transien Sebelum PoleTentukam

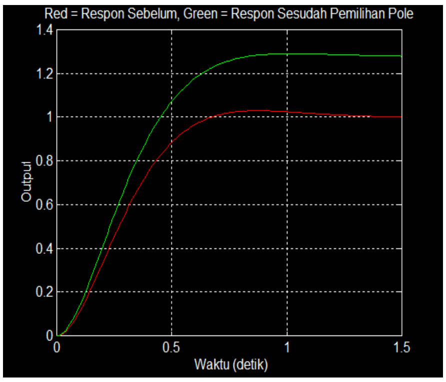


Gambar 12. Respon Transien Setelah Pole Ditentukam

Desain Program Metoda Pole Placement Dengan Matriks Transformasi T

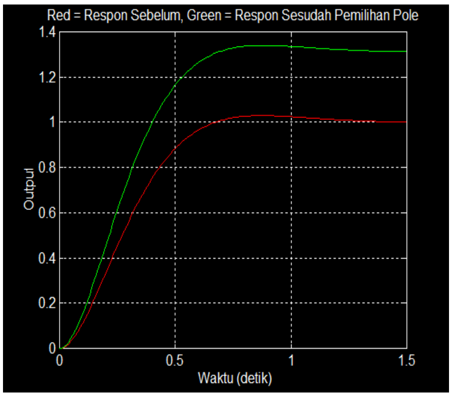


Gambar 13. Respon Transien Sebelum Pole Ditentukam



Gambar 14. Respon Transien Setelah Pole Ditentukam

Pole Placement Kondisi Teredam Lebih



Gambar 15. Respon Transien Setelah Pole Ditentukam

Pole Placement Kondisi Reredam Kurang

Gambar 16. Respon Transien Setelah Pole Ditentukam

Pengujian Ethernet Shield

Dalam pengujian ini sistem akan mengirimkan data ke browser melalui port RJ45. IP Addres yang sudah di program pada Arduino akan menjadi alamat untuk mengakses data melalui browser. Dalam pengujian ini dilakukan komunikasi lokal antara Arduino dengan komputer sebagai server local.

Pengujian Driver Motor L293D

Pengujian Driver Motor L293D dilakukan untuk mengetahui apakah motor servo untuk pengendalian buka tutup pintu dan garasi dapat berfungsi dengan baik.. Untuk pengujian ini juga dilakukan dengan membuat program dan mengunggah nya pada arduino. Dari pemrograman pada arduino dapat dijelaskan cara kerja alat saat pengujian adalah menggerakkan motor servo yang di kontrol melalui pin digital 9 yang dapat difungsikan sebagai PWM output signal. Motor servo di program untuk bergerak ke sudut 90o dengan wktu tunda 15 millisecond.

KESIMPULAN

Beberapa kesimpulan dapat dituliskan :

1) Dari hasil analisis rekayasa sistem penendalian motor servo DC yang dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa penentuan Parameter pengendalian motor servo DC sangat mudah dilakukan cukup dengan dengan terlebih dahulu menentukan matriks transformasi persamaan keadaan sistem ke bentuk kanonik keterkendalian.
2) Dengan menentukan lokasi pole (eigen) yang menjadi spesifikasi performansi transien maka harga gain yang diperlukan dapat diperoleh dengan cepat.
3) Disainer dapat menempatkan pole-pole pada lokasi sembarang sesuai yang dikehendaki dan dengan mudah dapat menentukan besar Gain.
4) Syarat minimal yang harus dipenuhi untuk menggunakan metoda ini adalah bahwa penempatan pole dapat dilakukan dengan feedback state jika dan hanya jika sistem open-loop semula terkendali sepenuhnya.
5) Penentuan Gain dengan teknik trial error yang sangat melelahkan itu dapat di atasi, dan akan lebih mudah dan cepat apabila perhitungan matriks feedback state jika menggunakan program simulasi komputer.
6) Pengembangan jenis percobaan dilaboratorium Dasar sistem kendali menghasilkan satu jenis percobaan dengan nama percobaan " Sistem Kendali Performansi Motor Servo DC Berdasarkan Letak Pole".
7) Mahasiswa Praktikan laboratorium akan dapat lebih mudah mempraktekkan hasil penelitian ini, dengan sudah diketahuinya Fungsi transfer motor servo DC yang ada di laboratorium.
8) Pengetahuan disainer tentang kestabilan sistem ditinjau dari letak pole merupakan syarat minimal yang harus dikuasai, agar rekayasa sistem berhasil dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bahram Shahian, Control System Design Using Matlab, Prentice -Hall International Editions, London, 1993

[2] D'azzo, JJ and Houpis, CH. Control System Analysis and Synthesis" Second Edition McGraw Hill

[3] Ioan Dore Landau, System Identification and Control Design, Prentice -Hall

[4] James R. Rowland, "Linear Control Systems : Modeling, Analysis, and Design, John Wiley & Sons, 1986

[5] John J. D' Azzo " Feedback Control Systems Analysis and Syntesis, Second Eddition. Mc Graw-Hill International Book Company

[6] Gupta, SC and Hasdorff L" Fundamentals of Automatic Control" John Wiley & Sons, 1970

[7] Katsuhiko Ogata " Modern Control Enggineering" Third Edition. Prentice Hall International. Inc 1997

[8] Katsuhiko Ogata " Modern Control Enggineering" Second Edition. Prentice Hall International. Inc 1970